

Contrôle continu n°2

Exercice 1 On considère la fonction suivante :

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^3+3xy^2-y^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Montrez que les dérivées partielles de f existent sur \mathbb{R}^2 et donnez leur expression.
2. Montrez que f n'est pas différentiable en $(0, 0)$.

Exercice 2 On considère la fonction suivante :

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \begin{cases} x^2 \ln(x^2 + y^2) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Montrez que g est \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R}^2 .
2. Calculez les dérivées partielles d'ordre 2 de g lorsqu'elles existent.
3. Montrez que g n'est pas différentiable en $(0, 0)$.

Exercice 3 On considère la fonction suivante :

$$h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2 + 2y^2 + 3y^4 + yx^2$$

1. Déterminez les extrema locaux de h .